
Krylov, N.V.: Introduction to the Theory of Random Processes.
American Mathematical Society (Graduate Studies in Mathematics Vol. 43),
Providence (R.I.) 2002, xii, 230 S., US-\$ 35.00, ISBN 0-8218-2985-8

Das Interesse an Finanzmathematik hat sich seit einiger Zeit auch in der Lehrbuchliteratur niedergeschlagen und wir finden mittlerweile eine Fülle von Büchern, die die Black-Scholes Formel und damit zusammenhängende Themen in den Mittelpunkt stellen. Die meisten Autoren konzentrieren sich auf Diffusionsmodelle und arbeiten (mehr oder minder rigoros) auf Brownsche Bewegungen und den Itô-Kalkül für stetige Martingale hin. So erfreulich diese Entwicklung für einen Stochastiker auch sein mag, ist es doch schade, daß für viele Studenten inzwischen "Brownsche Bewegung" synonym für "Stochastische Prozesse" steht. In der Forschungsliteratur zeichnet sich ein gegenläufiger Trend ab: immer häufiger erscheinen Arbeiten über Sprungprozesse und ganz konkrete Modelle, die Wahrscheinlichkeitsverteilungen benötigen, welche nicht von Diffusionen stammen. Im Hörsaal scheinen aber die stationären Prozesse, Gauß-Prozesse, Sprungprozesse, Lévy-Prozesse etc. nurmehr eine untergeordnete Rolle zu spielen. Das mag an der Dominanz der Brownschen Bewegung liegen, ein anderer Faktor ist aber sicherlich, daß es ausgesprochen wenig moderne Lehrbücher gibt, die solche Prozesse detailliert *auf Vorlesungsniveau* behandeln. Klassische Darstellungen wie etwa bei Breiman, Gikhman-Skorokhod oder Loeve sind nach wie vor empfehlenswert (und auch noch bzw. wieder erhältlich!), doch ein Manko dieser Bücher ist, daß sie allesamt erst nach langen klassischen Vorbereitungen zum Kern der Sache vorstoßen und dann modernere Entwicklungen, etwa stochastische Integration, ausklammern. Neuere Darstellungen wie z.B. Protter, Klebaner, Jacod-Shiryaev, konzentrieren sich auf allgemeine Semimartingale und sind damit im allgemeinen nicht für eine Vorlesung des sechsten oder siebten Semesters geeignet.

Eine gute Alternative bietet nun das Buch von N.V. Krylov "Introduction to the Theory of Random Processes". Es handelt sich dabei um eine Neufassung der erstmals 1986/87 auf Russisch erschienenen Vorlesungsskripten einer gleichnamigen "Spezialvorlesung" an der Moskauer Lomonossow-Universität, also einer Wahlpflichtveranstaltung (i. allg. zweistündig, zweisemestrig) für Mathematikstudenten des dritten bis fünften Studienjahres. Startpunkt ist die Vertiefung der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie, die etwa auf dem

Niveau einer vierstündigen Vorlesung des fünften Semesters vorausgesetzt wird. Auf recht natürliche Weise wird dann die Brownsche Bewegung (mittels des Donskerschen Invarianzprinzips) als Grenzwert von Irrfahrten eingeführt und stochastische Integration bezüglich einer Brownschen Bewegung definiert. Hier verfolgt der Autor den Ansatz über orthogonale Zufallsmaße (*random orthogonal measures*), den man bereits aus seiner Monographie über Diffusionsprozesse (Transl. Math. Monogr. Vol. 142, Am. Math. Soc., Providence (R.I.) 1995) kennt. Methodisch ist das ein sehr eleganter Ansatz, da man auf einen Schlag auch die Spektralmaße für stationäre Prozesse sowie allgemeinere Poisson- und Sprungintegrale in Griff bekommt, doch habe ich meine Zweifel, ob dieser Standpunkt als Einführung für Studenten sonderlich glücklich ist. Dem Kapitel über Brownsche Bewegung schließen sich je ein Kapitel über Martingale und stationäre Prozesse an, wobei vor allem deren Spektralzerlegung behandelt wird. Lévy-Prozesse werden im fünften Kapitel betrachtet, hier stehen die Lévy-Khinchine-Formel und die damit korrespondierende Lévy-Itô Pfadzerlegung im Vordergrund. Hervorzuheben ist die elementare und präzise Darstellung des Stoffs, die *en passant* auch noch in die Theorie der Punktprozesse einführt. Im letzten Kapitel wird erneut das Itô-Integral aufgegriffen, wobei nun der klassische (Kunita-Watanabe) Isometrieansatz für stetige Integratoren behandelt wird. Endpunkt der Diskussion sind die Itô-Formel, der Satz von Girsanov und Anwendungen auf (einfache) stochastische Differentialgleichungen.

“Introduction to the Theory of Random Processes” ist ein ausgesprochen schönes Buch, das eine breite Auswahl von Themen aus dem Gebiet der stochastischen Prozesse präsentiert. Die Darstellung ist elementar genug, um danach eine Vorlesung ab dem sechsten Semester anzubieten, so elegant, daß auch der Spezialist hier und dort Anregungen findet, und vor allem hat sie sich viel von der Frische des ursprünglichen Vorlesungsskripts bewahrt.

University of Sussex

René Schilling