Maß und Integral (2. Auflage)

De Gruyter, Berlin 2025. ISBN: 978–3–11–134277–1

René Schilling

Druckfehler und kleinere Änderungen. Letzte Änderung: 14. Juni 2025.

Seite, Zeile	Stelle im Buch	Korrektur
S. 107, 2°, 3°, 4°		*Vereinfachung am Ende dieses Dokuments*
S. 107, Z. 9 von oben	$U = \dot{\bigcup}_{n\in\mathbb{N}} Z_n \in \mathscr{X}_\cup^\square$ mit $Z_n \in \mathscr{X}_\cup^\square$	$U = \dot{\bigcup}_{n\in\mathbb{N}} Z_n$ mit $Z_n \in \mathscr{X}^\square$ so dass $U \in \mathscr{X}_\cup^\square$
S. 122, Aufg. 8(b)	$\{u \neq 0\} \cup \{w \neq 0\}$	$\{u \neq 0\} + \{w \neq 0\} = \{x + y \mid u(x) \neq 0, w(y) \neq 0\}$
S. 125, Kor. 20.3	*bitte hinzufügen:*	mit $f \in \mathscr{L}^{0,+}_{\overline{\mathbb{R}}}(\mathscr{A})$
S. 136, Lem. 21.6 + Bew.	$\mathscr{J}$ (alle)	$\mathscr{J}_{\mathrm{rat}}$ (alle)
S. 136/7, Lem. 21.7 + Bew.	$\mathscr{J}$ (alle)	$\mathscr{J}_{\mathrm{rat}}$ (alle)
S. 138, Bew. 21.4	$\mathscr{J}$ (alle)	$\mathscr{J}_{\mathrm{rat}}$ (alle)
S. 139, Bew. 21.8	$\mathscr{J}$ (alle)	$\mathscr{J}_{\mathrm{rat}}$ (alle)

Ich bedanke mich bei allen Lesern, die mich auf (Druck-)Fehler aufmerksam gemacht haben: Jonas Esser.

Vereinfachungen

Vereinfachung des Beweises von Lemma 17.5: Da $\mathcal{Z}^{\square}$ ein Halbring ist, und da wir Carathéodorys Fortsetzungssatz (Satz 5.2) für Halbringe bewiesen haben, genügt der Nachweis, dass μ relativ zu $\mathcal{Z}^{\square}$ σ-additiv ist. Das kann man mit einer einfachen Variation von 3° erreichen, der 2° und 4° überflüssig macht.

$\boxed{\mu \text{ ist auf } \mathcal{Z}\ \sigma\text{-additiv:}}$ Es sei $U = \dot\bigcup_{n\in\mathbb{N}} Z_n$ mit $Z_n \in \mathcal{Z}^{\square}$. Wir nehmen an, dass $U \in \mathcal{Z}^{\square}$. Weil $\Omega_I \in \mathcal{Z}^{\square}$, haben wir $\Omega_I \setminus U = \dot\bigcup_{n=1}^{N} S_n$ mit disjunkten Zylinder-Rechtecken $S_n \in \mathcal{Z}^{\square}$. Weil $(S_1, \dots, S_N, Z_1, Z_2, \dots)$ eine disjunkte Zerlegung von Ω_I ist, folgt nach Voraussetzung

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \mu(Z_n) \overset{(17.2)}{=} \underbrace{1 - \sum_{n=1}^{N} \mu(S_n)}_{\text{unabhängig von } (Z_n)_n} .$$

Andererseits ist auch $(S_1, \dots, S_N, U, \emptyset, \emptyset, \dots)$ eine disjunkte Zerlegung von Ω_I, also folgt

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \mu(Z_n) \overset{(17.2)}{=} 1 - \sum_{n=1}^{N} \mu(S_n) \overset{(17.2)}{=} \mu(U).$$

Daher ist μ ein Prämaß auf dem Halbring $\mathcal{Z}^{\square}$. Wir können nun den Fortsetzungssatz von Carathéodory (Satz 5.2) anwenden und μ eindeutig zu einem Maß auf $\mathcal{A}_I = \sigma(\mathcal{Z}^{\square})$ fortsetzen.